



**OPTIMASI MAKESPAN DAN TOTAL TARDINESS DALAM PENJADWALAN MESIN PRODUKSI TYPE
FLOW SHOP MENGGUNAKAN METODE NON-DOMINATED SORTING GENETIC
ALGORITHM (NSGA-II)**

***MAKESPAN AND TOTAL TARDINESS OPTIMIZATION IN FLOW SHOP TYPE FOR PRODUCTION
MACHINE SCHEDULING USING NON-DOMINATED SORTING GENETIC ALGORITHM (NSGA-II)***

Fifin Sonata*, Muhammad Zarlis** dan Tulus***

**Sekolah Tinggi Ilmu Komputer Medan*

Jl. Iskandar Muda No.45 Medan, Sumatera Utara

fifinsonata2012@gmail.com

*** Program Pascasarjana, Fak. Ilmu Komputer dan Teknologi Informasi, Universitas Sumatera Utara*

Jl. Universitas no. 24A Medan, Sumatera Utara

**** Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Sumatera Utara*

Jl. Universitas no. 24A Medan, Sumatera Utara

Diterima : 13 Februari 2016

Direvisi : 19 April 2016

Disetujui : 20 Juni 2016

ABSTRAK

Permasalahan optimasi dua objek yaitu makespan dan total tardiness pada penjadwalan mesin produksi flow shop berkaitan dengan penyusunan penjadwalan mesin secara teratur. Optimasi kedua permasalahan tersebut merupakan optimasi yang bertolak belakang sehingga diperlukan metode optimasi multi-objective A Fast Elitist Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II yang dapat mengintegrasikan permasalahan tersebut. Penyelesaian penjadwalan mesin produksi flow shop dengan algoritma NSGA-II mampu membangun jadwal dengan meminimalkan makespan dan total tardiness. NSGA-II dapat membantu memberikan solusi penjadwalan mesin produksi flow shop yang efisien berupa solusi pareto optimal yang dapat memberikan sekumpulan solusi alternatif bagi pengambil keputusan dalam membuat penjadwalan mesin produksi yang diharapkan. Nilai solusi yang diperoleh akan terlihat dengan cara melakukan perbandingan antara dominasi solusi Aggregate Of Function (AOF) dengan solusi NSGA-II.

Kata Kunci : *Makespan, NSGA-II, Penjadwalan, Tardiness.*

ABSTRACT

The problem of optimization two objects, i.e makespan and total tardiness on flow shop production machine scheduling are related to regularly scheduling machine. Both optimization problems is a contradictory optimization that require a multi-objective optimization method A Fast elitist Non-dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-Objective Optimization: NSGA-II which can integrates these problems. The main purpose of the completion the flow shop production machine scheduling with NSGA-II algorithm is to provide a solution to flow shop production machine scheduling, an efficient of pareto optimal solutions achieved an alternative for decision makes in making the expected production of machine scheduling. Value of solutions obtained will be seen by comparison between Aggregate of Function (AOF) solutions with NSGA-II solutions.

Keywords : *Makespan, NSGA-II, Scheduling, Tardiness*

PENDAHULUAN

Permasalahan penjadwalan mesin produksi sangat kompleks dan salah satu kesulitan dalam melakukan penyusunan dan pengaturan *job* terhadap mesin yang tersedia adalah sulitnya mencari teknik-teknik yang tepat untuk membuat model penjadwalan mesin produksi yang optimal dan memenuhi segala kriteria-kriteria penjadwalan yang telah ditetapkan.

Penjadwalan *flow shop* berkembang dari *single-objective* (optimasi dengan satu fungsi) menjadi *multi-objective* (optimasi dengan beberapa fungsi objektif). Dalam kasus *multi-objective*, akan dihasilkan sekumpulan solusi optimal yang dikenal dengan *pareto-optimal solutions* (solusi *pareto-optimal*) (Deb, 2008)¹.

Penelitian penjadwalan mesin produksi yang telah dilakukan oleh Lemesre *et al* (2005)² berkaitan dengan penjadwalan *flow shop* dengan 2 fungsi objektif yaitu *completion time* dan *tardiness*, namun mempunyai waktu komputasi yang cukup lama. Gajpal *et al* (2014)³ meneliti penjadwalan mesin produksi dengan 2 fungsi objektif yaitu total *weighted completion time* dan *makespan*. Balasundaram *et al* (2014)⁴, Rajendran *et al* (2004)⁵ meneliti 2 fungsi objektif yaitu *makespan* dan total *flow time*. Secara umum, semua penelitian diatas memiliki kinerja komputasi yang baik, mampu memformulasikan secara matematis fungsi objektif dalam penjadwalan *flow shop*. Tetapi sebagian besar metode yang digunakan hanya mampu digunakan pada permasalahan tertentu bergantung pada jenis permasalahan (*heuristic*).

Dalam kasus optimasi *multi-objective*, algoritma *Non-Dominated Sorting Genetic Algorithm for Multi-objective Optimization : NSGA-II* yang merupakan kelompok Algoritma *Metaheuristic* yang telah diuji kehandalannya dibandingkan dengan optimasi *multi-objective* lainnya. Dibandingkan dengan GA dan NSGA, NSGA-II dibedakan pada penggunaan operator *crowding distance* agar menghasilkan solusi *pareto optimal* yang lebih baik. Penelitian

menggunakan NSGA-II telah dilakukan oleh Josezefowicz *et al* (2008)⁶ yang meneliti tentang *multi-objective* untuk *vehicle routing problems*, Mishra *et al* (2009)⁷ melakukan penelitian kasus optimasi *multi-objective* pada kasus manajemen portofolio dan Deb *et al* (2008)¹ membuat penelitian yang mampu menciptakan metode baru bernama *omni optimizer* yang di adopsi dari NSGA-II untuk kasus optimasi baik *single* maupun *multi-objective*.

Berdasarkan permasalahan di atas, maka perlu dilakukan penelitian untuk menganalisis Algoritma *multi-objective* NSGA-II dalam penjadwalan mesin produksi *flow shop* untuk mengoptimalkan 2 fungsi objektif yaitu *makespan* dan total *tardiness* sehingga memberikan sekumpulan solusi alternatif bagi pengambil keputusan.

Definisi dalam penjadwalan

Menurut Ginting (2009)¹⁰, ada beberapa istilah dalam penjadwalan yaitu :

1. *Processing time* (t_i)
Adalah waktu yang dibutuhkan untuk mengerjakan suatu job.
2. *Due-date* (d_i)
Adalah batas waktu di mana operasi terakhir dari suatu job harus selesai.
3. *Flow time* (F_i)
Adalah rentang waktu antara satu titik di mana tugas tersedia untuk diproses dengan suatu titik ketika tugas tersebut selesai.
4. *Completion Time* (C_i)
Adalah waktu yang dibutuhkan untuk menyelesaikan job mulai dari saat tersedianya job ($t= 0$) sampai pada job tersebut selesai dikerjakan.
5. *Tardiness* (T_i)
Adalah ukuran waktu terlambat yang bernilai positif jika suatu job dapat diselesaikan lebih cepat dari *due-date*-nya, job tersebut akan memiliki keterlambatan yang negatif. Sebaliknya jika job diselesaikan setelah batas waktunya, job tersebut memiliki keterlambatan yang positif

6. Makespan (M_i)

Adalah total waktu penyelesaian pekerjaan-pekerjaan mulai dari urutan pertama yang dikerjakan pada mesin *work center* pertama sampai kepada urutan job terakhir pada mesin atau *work center* terakhir

Multi-objective Optimization (MO)

Multi-objective Optimization (MO)

merupakan sebuah proses yang dilakukan secara simultan untuk optimalisasi dua atau lebih tujuan (*objektif*). MO akan menghasilkan sekumpulan solusi optimal yang dikenal dengan *pareto-optimal solutions* (solusi *pareto-optimal*) bukan *single-optimal solutions*.

Secara umum permasalahan MO diformulasikan oleh Deb (2011)¹¹ ke dalam bentuk persamaan matematika sebagai berikut:

Minimize/Maximize $f_m(x), m=1,2,\dots,M;$

Subject to $g_j(x) \geq 0, j=1,2,\dots,J; h_k(x) = 0, k=1,2,\dots,K;$

$x_i^{(L)} \leq x_i \leq x_i^{(U)} i=1,2,\dots,n.$

Single Aggregat Objective Function (AOF)

Secara umum, persamaan matematika untuk AOF diformulasikan oleh Srinivas (1994)¹² sebagai berikut:

Evolutionary Multi-objective Optimization (EMO)

Solusi optimal pada MO dapat didefinisikan dengan konsep matematika *partial ordering* yang dikenal dengan istilah Dominasi pada MO. Langkah-langkah dasar pada prosedur EMO adalah :

Langkah 1: Mencari beberapa titik *non-dominated* yang paling dekat dengan *pareto-optimal front*.

Langkah 2: Memilih satu dari titik yang dihasilkan pada langkah 1 berdasarkan informasi tingkat tinggi.

Minimize/Maximize $Z = \sum_{i=1}^n w_i f_i(x)$

Subject to $x \in X$ dimana X adalah himpunan solusi; $0 \leq w_i \leq 1$

$\sum_{i=1}^n w_i = 1$

Evolutionary Algorithm (EA)

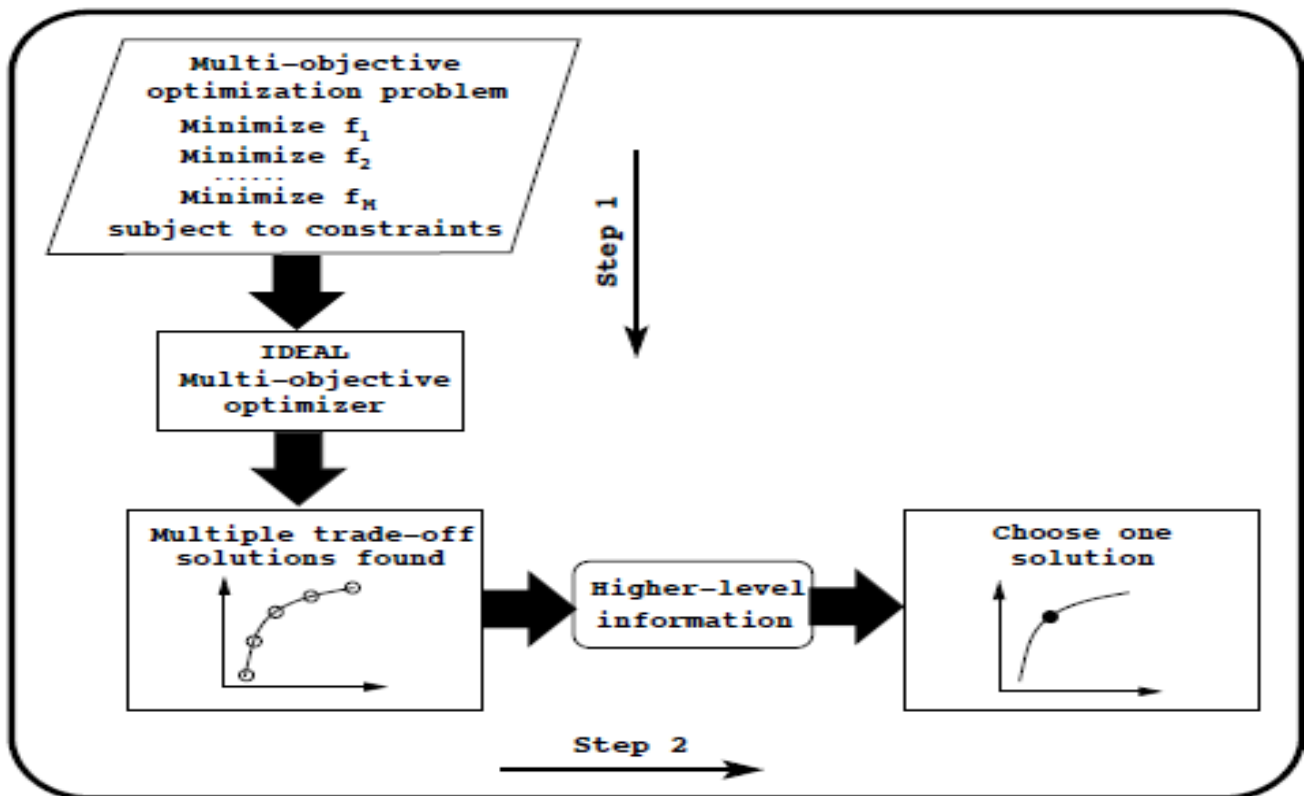
Menurut Deb (2011)¹¹, pendekatan yang digunakan dalam Algoritma *Evolutionary Optimization* (EO) adalah tahapan iterasi (pengulangan) terhadap populasi solusi (sekumpulan solusi) yang mengembangkan populasi solusi baru untuk iterasi berikutnya. EO sangat terkenal dan banyak digunakan dalam permasalahan MO karena EO tidak membutuhkan informasi tambahan seperti bobot pada optimasi AOF dan relatif sederhana untuk diimplementasikan dan Fleksibel dan dapat diterapkan pada banyak permasalahan.

Evolutionary Optimization (EO) untuk Single-Objective Optimization

Tahapan pencarian solusi EO untuk SO dijelaskan oleh Deb (2011)¹¹ dimulai dengan inisialiasi populasi solusi yang dihasilkan secara acak.

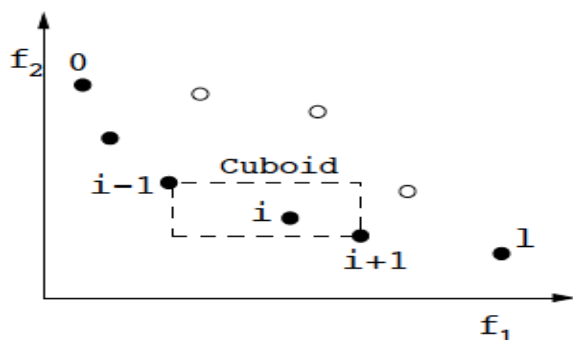
Prosedur *Elitist Non-dominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA-II) adalah salah satu prosedur EMO yang terkenal, karena NSGA-II mempunyai 3 keutamaan, yaitu Prinsip *elitist*, Mekanisme *diversity preserving* (melestarikan keragaman) dan Mengutamakan solusi *non-dominated*.

Beberapa prosedur yang membedakan NSGA-II dengan algoritma EMO lainnya adalah fast-non-dominated-sort, crowding-distance-assignment dan Crowded Comparison Operator.

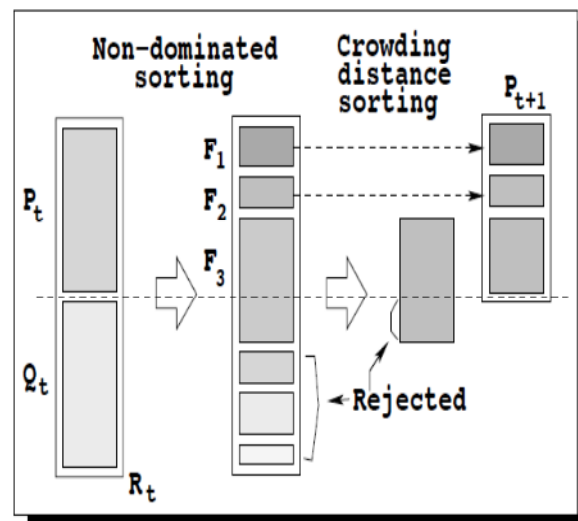


Gambar 1. Skema prosedur Multi-objective Optimization (Deb, 2011)

Nilai yang dihasilkan $i_{distance}$ adalah perkiraan keliling *cuboid* yang dibentuk oleh solusi terdekat i sebagaimana disajikan dalam gambar 2 berikut.



Gambar 2. Perhitungan Crowding-Distance (Deb,2011)



Gambar 3. Prosedur NSGA-II
 Sumber (Deb,2011)

Nilai total *Crowding Distance* dihitung dari jumlah distance untuk setiap fungsi objektif. Algoritma rincinya telah disusun oleh Deb (2002)¹³.

Prosedur NSGA-II diatas dapat digambarkan sebagai berikut :

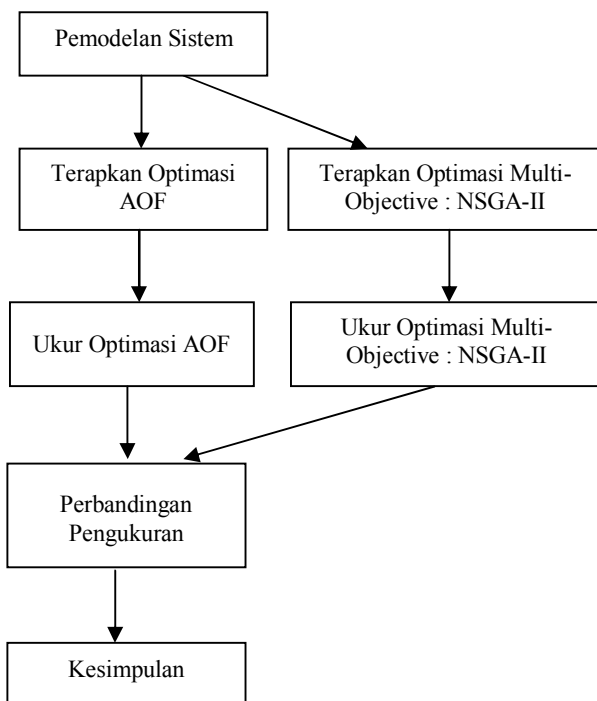
METODE PENELITIAN

Penjadwalan dan Penjadwalan *Flow shop*

Menurut Ruiz (2007)⁸, permasalahan *flow shop* didefinisikan sebagai sekumpulan *job* $N=1,2,\dots,n$ yang diproses oleh satu set mesin $M=1,2,\dots,n$. Menurut Santosa & Rofiq (2014)⁹,

permasalahan dalam penjadwalan berfokus pada bagaimana mengalokasikan sumber daya produksi yang terbatas, seperti mesin, alat *material handling*, operator, dan peralatan lainnya untuk melakukan proses pada serangkaian aktivitas operasi (*job*) dalam periode waktu tertentu dengan optimalisasi pada fungsi objektif tertentu.

Secara umum, diagram alir rancangan penelitiannya dapat digambarkan pada Gambar 4.



Gambar 4. Diagram Alir Rancangan Penelitian

Pengumpulan Data

Untuk menguji sistem, data yang diujikan berupa data sekunder yang diperoleh dari <http://www.upv.es/gio/r Ruiz>¹⁶ yang terdiri dari 110 *instance* kasus data yang akan diujikan.

Tabel 1. Tabel Data Penjadwalan Mesin Produksi

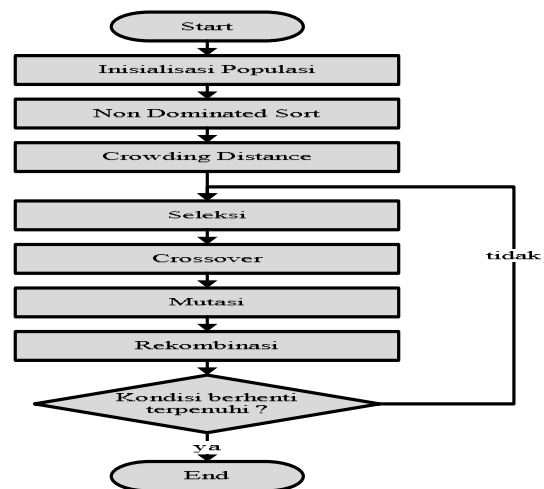
Job/Mesin	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	...	M _n	Due-Date
J ₁	20	1	4	62	...	80	5
J ₂	30	20	50	60	...	70	7
...
J _n	12	7	1	56	...	100	30

Data-data tersebut akan digunakan untuk memodelkan sistem dan diproses dengan menggunakan algoritma *Multi-objective*: NSGA-II.

Pemodelan Sistem

Tahapan NSGA-II

Optimasi *Multi-objective* : NSGA-II yang digunakan untuk mencari solusi *pareto-optimal* dari model matematis *multi-objective* dapat dibagi menjadi tahapan-tahapan ditampilkan dalam Gambar 5.



Gambar 5. Diagram Alir Umum NSGA-II

Inisialisasi populasi merupakan inisialisasi populasi yakni melakukan penentuan nilai awal. Bagian penentuan nilai awal ini merupakan input yang dilakukan. Nilai populasi diperoleh berdasarkan beberapa penelitian dari peneliti-peneliti sebelumnya. *Non-dominated sort* merupakan bagian dari NSGA-II yang hasil populasinya tidak didominasi populasi yang lain.

Crowding distance merupakan jarak kerapatan antara titik populasi satu dengan titik populasi lainnya. Seleksi diterapkan untuk memilih beberapa solusi dan ditempatkan pada penyimpanan (*pool*) sementara. *Crossover* diterapkan dengan menyilangkan dua solusi (*parent*) secara acak dari *pool* dan menghasilkan satu atau lebih solusi (*children*). Parameter utama *crossover* adalah probabilitas *crossover* ($p_c \in [0,1]$) yang menunjukkan bagian populasi yang diikutsertakan pada *crossover*. Sementara itu, parameter utama mutasi adalah probabilitas p_m

yang biasanya bernilai $1/\eta$ (η adalah jumlah variabel).

Pengukuran dan Perbandingan Optimasi Menggunakan NSGA-II

Hasil optimasi *multi-objective* NSGA-II akan diukur dan dibandingkan dengan hasil optimasi dengan AOF, dengan cara menghitung dan membandingkan hasil dari kedua fungsi objektif yaitu *makespan* dan *total tardiness* menggunakan optimasi AOF dengan NSGA-II.

Untuk mengevaluasi kualitas populasi solusi yang dihasilkan oleh NSGA-II, akan digunakan indikator *hypervolume* (Zitler *et al*, 1998¹⁴; Zitler *et al*, 2002¹⁵). Semakin besar nilai *hypervolume* maka semakin baik solusi dari EMO tersebut.

Karena NSGA-II merupakan algoritma stokastik, maka perlu dilakukan analisis statistik dari hasil penelitian yang diperoleh agar hasil tersebut dapat dibandingkan dengan tingkat kepercayaan tertentu. Uji normalitas yang digunakan adalah uji Kolmogorov-Smirnov dan uji Shapiro-Wilk, sedangkan uji homogenitas menggunakan uji Levene. Hasil penelitian yang berdistribusi normal dengan variansi yang homogen akan diselesaikan dengan uji ANOVA, sedangkan untuk yang berdistribusi normal dengan variansi tidak homogen maka digunakan uji Welch. Khusus untuk hasil penelitian yang tidak berdistribusi normal maka dilakukan uji Kruskal-Wallis.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Model Matematis

Model matematis yang digunakan dalam sebuah permasalahan *multi-objective* sebagai berikut :

$$\text{Min } Z_M = \max\{C_{m-1,n}, C_{m,n-1}\} + t_{m,n}$$

$$\text{Min } Z_T = \sum_{i=0}^n \max [0, C_i - d_i]$$

Dimana :

m = jumlah total *job* dalam penjadwalan, n = jumlah total mesin dalam penjadwalan, $t_{m,n}$ = waktu proses untuk *job* ke- m pada mesin ke- n , C_i = waktu komplit dimana semua mesin

menyelesaikan suatu proses pada *job* i ($i = 1, \dots, m$); Z_M = parameter dari *Makespan* dan Z_T = parameter dari *Total Tardiness*.

Hasil Penelitian

Dalam pengujiannya akan diambil beberapa sampel dari masing-masing jumlah *job* dan mesinnya.

Optimasi penjadwalan mesin produksi menggunakan AOF

Metode AOF merupakan salah satu cara untuk menghasilkan solusi minimasi *makespan* dan *total tardiness*. Pada prinsipnya, metode ini menerapkan optimasi *single-objective* seperti Algoritma Genetika pada permasalahan *multi-objective*.

Persamaannya adalah : $\text{Min } Z = \alpha * (\max\{C_{i-1,j}, C_{i,j-1}\} + t_{i,j}) + (1-\alpha) * (\sum_{i=0}^n \max [0, c_i - d_i])$ dengan α adalah bobot bernilai antara 0 dan 1.

Untuk mengoptimasi Persamaan diatas digunakan Algoritma Genetika, dengan penentuan bobot α dilakukan melalui penelitian dengan variasi $\alpha = 0,1, 0,5$ dan $0,9$ yang datanya ditabulasikan dalam Tabel 2.

Tabel 2. Hasil Penelitian AOF Instance I_350_30

α	Parameter	Hasil Penelitian				
		1	2	3	4	5
0,1	ZM	11327	11153	11192	11200	11162
	ZT	133433	119589	123218	122785	129088
	Jumlah Generasi	178	255	140	251	209
0,5	ZM	11049	11332	11333	11184	11258
	ZT	130392	134616	138815	130638	130654
	Jumlah Generasi	294	176	157	324	226
0,9	ZM	11046	11345	11228	11464	10994
	ZT	121534	137081	139031	154819	129969
	Jumlah Generasi	188	158	138	173	220

Hasil penelitian di atas berupa data yang merupakan jumlah generasi pada setiap α yang diberikan (variasi $\alpha = 0,1, 0,5$ dan $0,9$). Hasil diperoleh melalui uji statistik sehingga nilai-nilai yang ada di dalam tabel di dapat dengan perhitungan statistik.

Uji normalitas yang digunakan adalah uji Kolmogorov-Smirnov dan uji Shapiro-Wilk, sedangkan uji homogenitas menggunakan uji Levene.

Perhitungan uji statistik diatas menggunakan bantuan perangkat lunak SPSS, dengan hasil analisa ditabulasikan dalam tabel 3:

Tabel 3. Hasil Uji Normalitas

Instance	Alpha	Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk			
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.	
I_3 50_30	ZM	0,10	0,244	5	0,200	0,956	5	0,780
		0,50	0,176	5	0,200	0,972	5	0,886
		0,90	0,203	5	0,200	0,890	5	0,356
	ZT	0,10	0,315	5	0,118	0,777	5	0,052
		0,50	0,300	5	0,159	0,893	5	0,374
		0,90	0,215	5	0,200	0,969	5	0,868
	Jumlah Generasi	0,10	0,268	5	0,200	0,919	5	0,525
		0,50	0,307	5	0,139	0,840	5	0,166
		0,90	0,260	5	0,200	0,919	5	0,524

Hasil uji normalitas pada Tabel 3 dengan uji Kolmogorov-Smirnov dan Shapiro-Wilk, menunjukkan bahwa hasil penelitian AOF untuk ZM, ZT dan Generasi pada $\alpha = 0,1, 0,5$ dan $0,9$ berdistribusi normal dengan taraf signifikansi $0,05$.

Tabel 4. Hasil Uji Homogenitas AOF

Instance	Levene Statistic	df1	df2	Sig.	
I_350_30	ZM	0,225	2	12	0,801
	ZT	0,790	2	12	0,476
	Jumlah Generasi	20,484	2	12	0,125

Hasil uji homogenitas pada Tabel 4 dengan uji Levene, menunjukkan bahwa hasil penelitian

AOF untuk ZM, ZT dan Generasi pada $\alpha = 0,1, 0,5$ dan $0,9$ mempunyai variansi yang homogen dengan taraf signifikansi $0,05$ (kolom Sig. pada tabel bernilai lebih besar dari $0,05$). Berdasarkan hasil kedua uji tersebut diatas, hasil eksperimen AOF berdistribusi normal dengan variansi yang homogen, sehingga digunakan uji ANOVA untuk membandingkan nilai rata-rata ZM, ZT dan Generasi pada $\alpha = 0,1, 0,5$ dan $0,9$ dengan hasil uji ditabulasikan dalam tabel 5.

Tabel 5. Hasil Uji ANOVA AOF

Instance	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.	
ZM	Between Groups	29147,733	2	14573,867	0,414	0,670
	Within Groups	422279,600	12	35189,967		
	Total	451427,333	14			
ZT	Between Groups	407911697,200	2	203955848,600	0,125	0,884
	Within Groups	19575430524,400	12	1631285877,033		
	Total	19983342221,600	14			
Jumlah Generasi	Between Groups	8880,933	2	4440,467	0,257	0,777
	Within Groups	207110,000	12	17259,167		
	Total	215990,933	14			

Karena hasil uji pengujian berdistribusi normal dengan variansi yang homogen maka akan diselesaikan dengan uji ANOVA. Hasil uji ANOVA, menunjukkan bahwa nilai rata-rata ZM, ZT dan Generasi tidak memiliki perbedaan signifikan untuk nilai $\alpha=0,1, 0,5$ dan $0,9$ pada taraf signifikansi $0,05$. Dipilihnya nilai $\alpha=0,1, 0,5$ dan $0,9$ karena nilai-nilai tersebut sudah sering diujikan oleh beberapa penelitian dengan algoritma meta heuristik. Hal ini berarti perubahan α tidak berpengaruh secara signifikan terhadap perubahan nilai rata-rata dari fungsi objektif ke-1 (ZM), fungsi objektif ke-2 (ZT) dan jumlah generasi.

Algoritma Genetika untuk optimasi AOF menerapkan operator PPX dan Remove dan insert yang sama dengan Operator Genetika untuk tahapan NSGA-II dengan parameteranya sebagaimana ditabulasikan pada Tabel 6 berikut.

Tabel 6. Parameter Algoritma Genetika untuk AOF

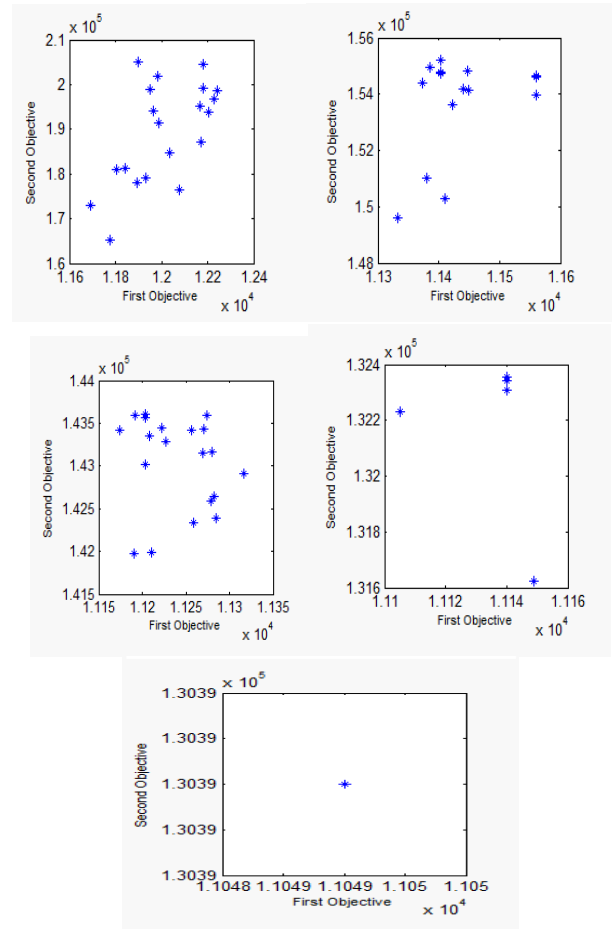
No	Nama Paramater	Nilai
1	Jumlah Populasi	20
2	Bobot (α)	0,1
3	Probability of Crossover (P_c)	0,9
4	Probability of Mutation (P_m)	0,1

Gambar 6 dibawah ini menampilkan populasi Algoritma Genetika untuk penjadwalan mesin produksi pada saat inialisasi populasi, generasi ke-50, 125, 250 dan 294. Ternyata nilai fungsi objektif ke-1 (ZM) dan nilai fungsi objektif ke-2 (ZT) selalu lebih baik dari generasi sebelumnya.

Optimasi Penjadwalan Mesin Produksi Menggunakan NSGA-II

Untuk mendapatkan sekumpulan solusi *pareto-optimal* terbaik dengan efisien, perlu dilakukan percobaan untuk menentukan jumlah generasi terkecil yang dibutuhkan untuk mendapatkan solusi *pareto-optimal* tersebut.

Kualitas kumpulan solusi *pareto-optimal* dari generasi yang berbeda dibandingkan berdasarkan estimasi rata-rata dari indikator hypervolume. Indikator hypervolume diestimasi menggunakan pendekatan Monte Carlo (While dkk, 2006), yaitu dengan menormalisasi nilai semua fungsi objektif antara 0 dan 1, kemudian membangkitkan sekumpulan nilai fungsi objektif secara acak, dan menguji setiap nilai fungsi objektif acak tersebut apakah didominasi salah solusi *pareto-optimal*.



Gambar 6. Populasi pada Algoritma Genetika untuk *Makespan* dan Total *Tardiness*

Tabel 7. Hasil Penelitian Estimasi Hypervolume NSGA-II

Instance	Estimasi Hypervolume pada Penelitian ke-					Rata-rata
	1	2	3	4	5	
I_350_50	0,698 94	0,661 94	0,794 72	0,299 36	0,815 12	0,65401 60
I_350_30	0,624 54	0,533 67	0,864 26	0,767 01	0,764 77	0,71085 00
I_50_50	0,514 25	0,551 26	0,783 29	0,957 84	0,786 72	0,71867 20
I_250_50	0,746 93	0,560 53	0,620 99	0,435 87	0,793 23	0,63151 00
I_150_30	0,442 04	0,549 95	0,692 28	0,785 6	0,625 27	0,61902 80

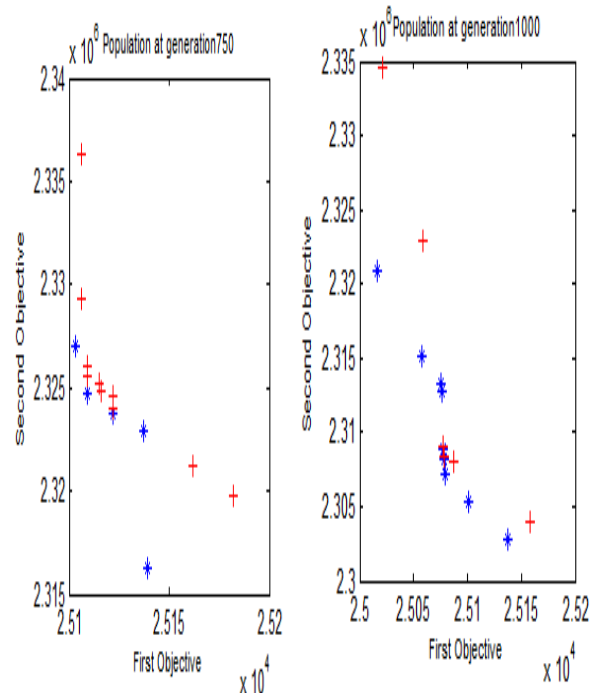
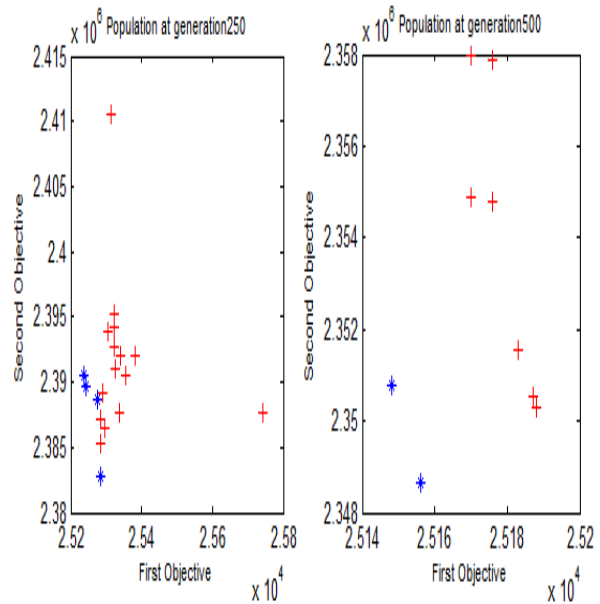
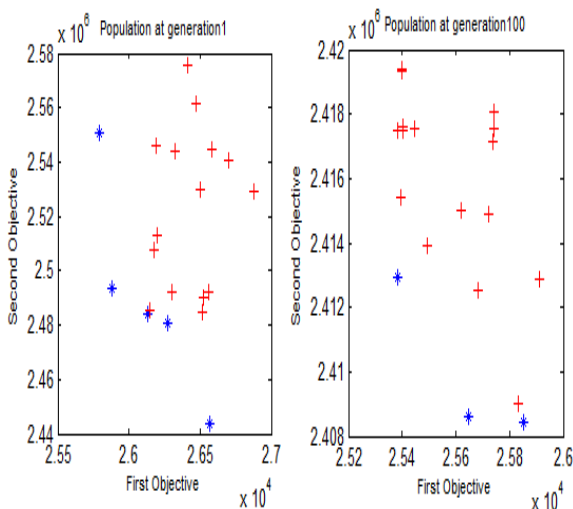
Pengujian normalitas dengan SPSS terhadap data pada Tabel 7 ditabulasikan ke dalam tabel 8 berikut.

Tabel 8. Hasil Uji Normalitas Estimasi Hypervolume NSGA-II

Instances		Kolmogorov-Smirnov			Shapiro-Wilk		
		Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Hypervolume	I_150_30	0,119	5	0,200	0,997	5	0,997
	I_250_50	0,189	5	0,200	0,963	5	0,827
	I_350_30	0,260	5	0,200	0,944	5	0,691
	I_350_50	0,315	5	0,117	0,809	5	0,096
	I_50_50	0,237	5	0,200	0,910	5	0,470

Gambar 7 dibawah ini menampilkan populasi NSGA-II pada saat inialisasi populasi, generasi ke-100, 250, 500, 750 dan 1000.

Pada Gambar 7 terlihat bahwa 20 solusi yang dihasilkan, tidak semuanya merupakan solusi *pareto*, optimal, pada contoh gambar ini hanya ada 12 solusi *pareto* optimal yang berada pada front 1 (disimbolkan dengan '*' berwarna biru), sedangkan 8 solusi lainnya berada pada front 2 (simbol '+' berwarna merah). *Pareto* optimal adalah hasil solusi yang paling optimal dari permasalahan yang ada. Populasi yang didapat pada generasi ke-1000 NSGA-II ditabulasikan kedalam Tabel 9.



Gambar 7. Populasi pada NSGA-II untuk Makespan dan Total Tardiness

Tabel 9. Parameter NSGA-II

No	Nama Paramater	Nilai
1	Jumlah Populasi	20
2	Generasi	1000
3	Probability of Crossover (P_c)	0,9
4	Probability of Mutation (P_m)	0,1

Tabel 10. Populasi NSGA-II pada generasi ke 1000

Solusi ke-	Z _M	Z _T	Front	Crowding Distance
1	25101	2305256	1	0,321962797
2	25075	2313357	1	0,281232594
3	25078	2308285	1	0,067711391
4	25076	2312753	1	0,263258517
5	25058	2315153	1	0,900309604
6	25078	2308285	1	0
7	25077	2308887	1	0,263148123
8	25079	2307208	1	0,357273681
9	25137	2302717	1	65535
10	25078	2308285	1	0,041492922
11	25016	2320834	1	65535
12	25101	2305256	1	0,405264769
13	25021	2334534	2	65535
14	25158	2304022	2	65535
15	25087	2308031	2	0,726049629
16	25077	2308971	2	0,613319063
17	25078	2308358	2	0,018016365
18	25078	2308358	2	0
19	25059	2322840	2	1,246560645
20	25078	2308358	2	0

Crowding distance merupakan jarak kepatan antara titik populasi satu dengan titik yang lain, seperti terlihat pada gambar 7. Jarak titik-titik ini sangat rapat sehingga nyaris tidak terlihat. *Front* adalah posisi dari hasil solusi yang diperoleh.

Perbandingan AOF dan NSGA-II

Solusi-solusi dari permasalahan multi-objective dapat dibandingkan dengan menggunakan dominasi. Solusi ke-i dinyatakan lebih baik dari solusi ke-j jika solusi ke-i mendominasi solusi ke-j. Solusi ke-i mendominasi solusi ke-j apabila semua nilai fungsi objektif solusi ke-i tidak lebih buruk dari solusi ke-j, dan minimal satu nilai fungsi objektif solusi ke-i mempunyai nilai yang lebih baik dari fungsi objektif solusi ke-j. Perbandingan dominasi dilakukan antara solusi Algoritma

Genetika AOF untuk $\alpha = 0.1$ dan solusi NSGA-II. Digunakan simbol 'M' untuk mendominasi, simbol 'D' untuk didominasi, dan simbol '-' berarti solusi tidak saling mendominasi.

Tabel 11. Perbandingan dominasi Solusi AOF dengan Solusi NSGA-II untuk Instance I_350_30

Solusi	NSGA-II									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
AOF1	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
AOF2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
AOF3	D	D	D	-	D	D	D	D	-	-
AOF4	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
AOF5	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D

Tabel 12. Perbandingan dominasi Solusi AOF dengan Solusi NSGA-II untuk Instance I_350_50

Solusi	NSGA-II									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
AOF1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
AOF2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
AOF3	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
AOF4	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
AOF5	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Hasil perbandingan dominasi solusi AOF dengan solusi NSGA-II pada tabel 10 dan 11 menunjukkan bahwa selalu ada solusi AOF yang didominasi oleh solusi NSGA-II, sedangkan solusi AOF tidak ada yang mendominasi solusi NSGA-II. Hal ini berarti solusi *pareto-optimal* NSGA-II berhasil memberikan solusi yang lebih baik dari solusi AOF.

Berdasarkan perbandingan diatas, terlihat bahwa populasi solusi *pareto-optimal* NSGA-II lebih baik dengan berhasil mendominasi 100 % solusi sistem AOF. Begitu juga perbandingan solusi NSGA-II terhadap solusi AOF menunjukkan bahwa populasi solusi *pareto-optimal* NSGA-II lebih baik dengan berhasil mendominasi 100 % solusi AOF.

Populasi solusi *pareto*-optimal dapat dimanfaatkan untuk memberikan beberapa solusi alternatif kepada manager. Solusi *pareto* optimal merupakan solusi optimasi multi-objective yang optimal dengan *trade-off* terhadap seluruh objek, sehingga seluruh solusi *pareto* optimal sama baiknya. Untuk itu masih diperlukan keputusan pilihan dari manager untuk menentukan solusi yang akan diterapkan di perusahaan

SIMPULAN

Dari hasil penelitian maka dapat disimpulkan sebagai berikut :

Hasil penelitian pada NSGA-II diperoleh 20 solusi yang terdapat pada populasi semakin tersebar merata mendekati solusi *pareto*-optimal dengan semakin bertambahnya jumlah generasi, dan bersamaan dengan bertambahnya generasi maka nilai *makespan* dan total *tardiness* akan semakin minimal secara bersama-sama.

Penerapan operator-operator NSGA-II yaitu *Nondominated Sorted*, *Crowding Distance*, *PPX (Precedence Preservative Crossover)* dan mutasi *remove* dan *insert* berhasil mendapatkan solusi model matematis penjadwalan mesin produksi.

Hasil analisa solusi *pareto*-optimal yang dihasilkan NSGA-II menunjukkan bahwa solusi *pareto*-optimal lebih baik dengan mendominasi 100 % solusi dari sistem yang dihasilkan Algoritma Genetika dengan *Aggregat of Function (AOF)*.

Sedangkan Saran yang diajukan antara lain :

Solusi *pareto*-optimal dapat ditingkatkan kualitasnya dengan melakukan penelitian terhadap operator genetika baik *crossover* dan mutasi yang dapat diterapkan pada penjadwalan mesin produksi dengan NSGA-II.

Pengembangan lebih lanjut diperlukan untuk dapat menyelesaikan permasalahan penjadwalan mesin produksi yang lebih kompleks, seperti penjadwalan mesin produksi yang juga mempertimbangkan jenis multiobjektif yang lainnya.

Kontribusi penelitian ini pada ilmu pengetahuan adalah telah dilakukannya penelitian menggunakan metode NSGA-II yang merupakan salah satu algoritma meta heuristik yang handal . Kontribusi yang bisa diberikan untuk KOMINFO yaitu memberikan tambahan pengetahuan informasi tentang penjadwalan mesin produksi pada dunia industri yang terhubung dengan dunia informatika.

DAFTAR PUSTAKA

- ¹Deb, K. & Tiwari, S. 2008. Omni-optimizer: A generic evolutionary algorithm for single and multi-objective optimization. *European Journal of Operational Research* 185 (2008) 1062–1087. Elsevier.
- ²Lemesre, L., Dhaenens, C. & Talbi, E.G. 2005. An Exact Parallel Method For A Bi-objective Permutation Flowshop Problem. *Elsevier Science*. 8 April 2005.
- ³Gajpal, Y., Dua, A. & Sahu, S.N. 2014. Heuristics for single machine scheduling under competition to minimize total weighted completion time and makespan objectives. *International Conference on Applied Operational Research, Proceedings*.
- ⁴Balasundaram, R., Valavan, D. & Baskar, N. 2014. Heuristic Based Approach for BI-Criteria Optimization of Minimizing Makespan and Total Flow Time of Flowshop Scheduling. *International Journal of Mechanical & Mechatronics Engineering IJMME-IJENS* Vol:14 No:02.
- ⁵Rajendran, C. & Ziegler, Hans. 2004. Ant-colony algorithms for permutation flowshop scheduling to minimize makespan/total flowtime of jobs. *European Journal of Operational Research* 155 (2004) 426–438. Elsevier.
- ⁶Jozefowicz, N., Semet, F. & Talbi, E. 2008. Multi-objective vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research* 189 (2008) 293–309. Elsevier.
- ⁷Mishra, S.K., Panda, G. & Meher, S. 2009. Comparative Performance Evaluation of

- Multiobjective Optimization Algorithm For Portfolio Management. *Presented Inspired Computing and Application (BICA-2009)*. Bhubaneswar, India. December 2009.
- ⁸Minella, G., Ruiz, R. & Ciavotta, M. 2007. A review and evaluation of multi-objective algorithms for the flowshop scheduling problem. *Grupo de Sistemas de Optimización Aplicada*. 29 Maret 2007
- ⁹Santosa, B. & Rofiq, A. 2014. The Development of Simulated Annealing Algorithm for Hybrid *Flow shop* Scheduling Problem to Minimize Makespan and Total Tardiness. *Proceedings of the 2014 International Conference on Industrial Engineering and Operations Management*. Bali, Indonesia, January 7 – 9, 2014.
- ¹⁰Ginting, R. 2009. *Penjadwalan Mesin*. Graha Ilmu. Yogyakarta.
- ¹¹Deb, K. 2011. *Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms: An Introduction*. Department of Mechanical Engineering Indian Institute of Technology Kanpur, PIN 208016, India. KanGAL Report Number 2011003. Springer
- International Symposium on Biologically*
- ¹²Srinivas, N. dan Deb, K. 1994, Multiobjective Optimization using Non-Dominated Sorting in Genetic Algorithms, *Evolutionary Computation Journal*, Vol. 2 No. 3.
- ¹³Deb, K., Pratap, A. & Meyarivan, T. 2002. A Fast and Elitist Multiobjective Genetic Algorithm: NSGA-II. *IEEE TRANSACTIONS ON EVOLUTIONARY COMPUTATION*, VOL. 6, NO. 2, APRIL 2002.
- ¹⁴Zitzler, E. & Thiele, L. 1998. Multiobjective Optimization Using Evolutionary Algorithms-A Comparative Case Study. *Parallel Problem Solving from Nature PPSN V Amsterdam*. Page 292 301. Springer
- ¹⁵Zitzler, E., Thiele, L., Laumanns, M., Fonseca, C. M. & Fonseca, G. 2002. Performance Assessment of Multiobjective Optimizers: An Analysis and Review. *TIK-Report No. 139*. Institut für Technische Informatik und Kommunikationsnetze, ETH Zürich Gloriastrasse 35, ETH-Zentrum, CH-8092 Zürich, Switzerland.
- ¹⁶<http://www.upv.es/gio/r Ruiz>